



# XXVI CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2019


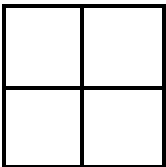
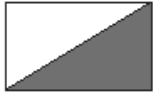
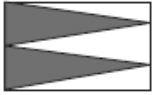









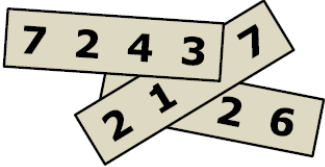


Nivel 6 (2º de Bachillerato)

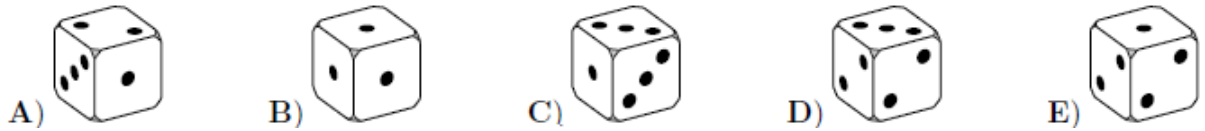
Día: Jueves, 21 de marzo de 2019. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una**

- 1** La bandera de Cangurolandia es un rectángulo que se divide en tres rectángulos iguales más pequeños, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la proporción de las longitudes de los lados del rectángulo blanco?
- A) 1 : 2      B) 2 : 3      C) 2 : 5      D) 3 : 7      E) 4 : 9
- 
- 2** Se escriben los números 1, 2, 3 y 4 en celdas diferentes de una tabla 2 × 2. Luego se calcula la suma de los números de cada fila y de cada columna. Dos de estas sumas son 4 y 5. ¿Cuáles son las otras dos sumas?
- A) 6 y 6      B) 3 y 5      C) 4 y 5      D) 4 y 6      E) 5 y 6
- 
- 3** Se sombrea un rectángulo de cinco maneras diferentes, como se muestra abajo. ¿En qué figura es mayor el área de la parte sombreada?
- A)  B)  C)  D)  E) 
- 4** Tres triángulos están unidos como se muestra en la figura de la derecha. ¿Cuál de las siguientes imágenes muestra estos tres triángulos unidos de la misma manera?
- 
- A)  B)  C)  D)  E) 
- 5** ¿Cuántas aristas tiene una pirámide de 23 caras triangulares?
- A) 23      B) 24      C) 46      D) 48      E) 69
- 6** Tenemos tres cartulinas y en cada una se ha escrito un número de cuatro cifras. Como se ve en la figura tres de las cifras están tapadas. La suma de los tres enteros de cuatro cifras es 11126. ¿Cuáles son las cifras ocultas?
- A) 1, 4 y 7      B) 1, 5 y 7      C) 3, 3 y 3      D) 4, 5 y 6      E) 4, 5 y 7
- 
- 7** ¿Cuál es la primera cifra (la situada más a la izquierda) del número entero positivo más pequeño cuyas cifras suman 2019?
- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**8** Cada una de las caras de un dado está marcada con 1, 2 o 3 puntos, de tal modo que la probabilidad de obtener 1 es  $\frac{1}{2}$  y la probabilidad de sacar un 2 es  $\frac{1}{3}$ . ¿Cuál de las siguientes no puede ser una vista de este dado?



**9** Miguel inventó una nueva operación " $\diamond$ " para números reales, definida como  $x \diamond y = y - x$ . Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  satisfacen  $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$ , ¿cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente cierta?

- A)  $a = b$       B)  $b = c$       C)  $a = c$       D)  $a = 0$       E)  $c = 0$

**10** ¿Cuántos de los números del  $2^{10}$  al  $2^{13}$ , ambos inclusive, son divisibles por  $2^{10}$ ?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 16

**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

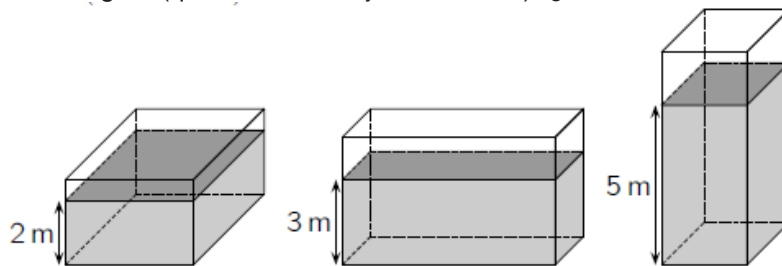
**11** ¿Cuál es la mayor potencia de 3 que es divisor del número  $7! + 8! + 9!$ ?

- A)  $3^2$       B)  $3^4$       C)  $3^5$       D)  $3^6$       E) una potencia de 3 mayor que  $3^6$

**12** Este año, el número de chicos en mi clase ha aumentado respecto del curso pasado un 20% y el número de chicas ha disminuido un 20%. Ahora tenemos un estudiante más que antes. ¿Cuál de los siguientes podría ser ahora el número de estudiantes en mi clase?

- A) 22      B) 26      C) 29      D) 31      E) 34

**13** Un contenedor que tiene forma de caja con caras rectangulares está parcialmente lleno con  $120 \text{ m}^3$  de agua. La profundidad del agua es de 2 m, 3 m ó 5 m, según la cara de la caja que se encuentre en el suelo, como se muestra en la figura (que no está dibujada a escala). ¿Cuál es el volumen del contenedor?



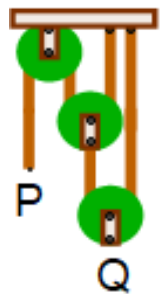
- A)  $160 \text{ m}^3$       B)  $180 \text{ m}^3$       C)  $200 \text{ m}^3$       D)  $220 \text{ m}^3$       E)  $240 \text{ m}^3$

**14** Tres amigos, Alex, Bea y Carlos, salen a caminar todos los días. Si Alex no lleva sombrero, entonces Bea sí. Si Bea no lleva sombrero, entonces Carlos sí. Hoy Carlos no lleva sombrero. ¿Quién lleva sombrero hoy con toda seguridad?

- A) sólo Alex y Bea      B) sólo Alex      C) Alex, Bea y Carlos      D) ni Alex ni Bea      E) sólo Bea

**15** El sistema de la figura de la derecha consta de tres poleas unidas por cuerdas. El extremo P se mueve hacia abajo 24 centímetros. ¿Cuántos centímetros sube el punto Q?

- A) 24      B) 12      C) 8      D) 6      E)  $\frac{24}{5}$



**16** Un entero positivo  $n$  se llama “bueno” si su divisor más grande (excluyendo  $n$ ) es igual a  $n - 6$ . ¿Cuántos enteros positivos “buenos” hay?

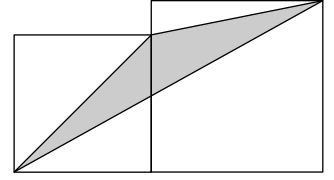
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 6                      E) infinitos

**17** Una caja contiene 4 bombones y 1 caramelo. Juan y María sacan por turnos una golosina de la caja y se la comen. Quien saque el caramelo gana. Juan extrae primero. ¿Cuál es la probabilidad de que gane María?

- A)  $\frac{2}{5}$                       B)  $\frac{3}{5}$                       C)  $\frac{1}{2}$                       D)  $\frac{5}{6}$                       E)  $\frac{1}{3}$

**18** Se muestran dos cuadrados adyacentes con longitudes de lado  $a$  y  $b$  ( $a < b$ ). ¿Cuál es el área del triángulo sombreado?

- A)  $\sqrt{a \cdot b}$     B)  $\frac{1}{2} \cdot a^2$     C)  $\frac{1}{2} \cdot b^2$     D)  $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$     E)  $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$



**19** ¿Cuál es la parte entera de  $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20}}}}$  ?

- A) 4                      B) 5                      C) 6                      D) 20                      E) 25

**20** Para calcular  $\frac{a+b}{c}$ , Sara teclea en la calculadora  $a + b \div c =$ , y el resultado es 11 ( $a$ ,  $b$ , y  $c$  son enteros positivos). Luego teclea  $b + a \div c =$ , y se sorprende al ver que el resultado es 14. Se da cuenta de que la calculadora está diseñada para calcular las divisiones antes que las sumas. ¿Cuál es el resultado correcto de  $\frac{a+b}{c}$  ?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

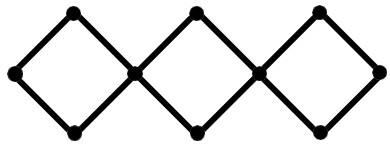
**21** Sea  $a$  la suma de todos los divisores positivos de 1024 y  $b$  el producto de todos los divisores positivos de 1024. Entonces

- A)  $(a-1)^5 = b$     B)  $(a+1)^5 = b$     C)  $a^5 = b$     D)  $a^5 - 1 = b$     E)  $a^5 + 1 = b$

**22** ¿Cuál es el conjunto de todos los valores del parámetro  $a$  para los cuales la ecuación  $2 - |x| = a \cdot x$  tiene dos soluciones?

- A)  $(-\infty, -1]$     B)  $(-1, 1)$     C)  $[1, +\infty)$     D)  $\{0\}$     E)  $\{-1, 1\}$

**23** Los vértices de la red mostrada se numeran del 1 al 10. La suma  $S$  de los números de los cuatro vértices de cada cuadrado es la misma. ¿Cuál es el menor valor posible de  $S$ ?



- A) 18                      B) 19                      C) 20                      D) 21                      E) 22

**24** ¿Cuántos planos pasan por tres o más vértices de un cubo?

- A) 6                      B) 8                      C) 12                      D) 16                      E) 20

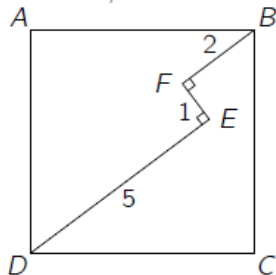
**25** Cuatro líneas rectas distintas pasan por el origen de coordenadas y cortan a la parábola  $y = x^2 - 2$  en ocho puntos. ¿Cuál puede ser el producto de las abscisas  $x$  de estos ocho puntos?

- A) 16      B) -16      C) 8      D) -8      E) hay varios productos posibles

**26** ¿Para cuántos enteros  $n$  es  $|n^2 - 2n - 3|$  un número primo?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) infinitos

**27** Una poligonal DEF B, con  $DE \perp EF$  y  $EF \perp FB$ , se encuentra dentro del cuadrado ABCD, como se muestra en la figura. Dado que  $DE = 5$ ,  $EF = 1$  y  $FB = 2$ , ¿cuál es la longitud del lado del cuadrado?



- A)  $3\sqrt{2}$       B)  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$       C)  $\frac{11}{2}$       D)  $5\sqrt{2}$       E) ninguno de los anteriores

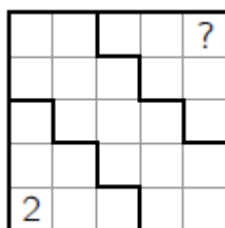
**28** Se seleccionan al azar tres números diferentes del conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ . ¿Cuál es la probabilidad de que uno de ellos sea la media aritmética de los otros dos?

- A)  $\frac{1}{10}$       B)  $\frac{1}{6}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{1}{2}$

**29** La sucesión  $a_1, a_2, a_3, \dots$  comienza con  $a_1 = 49$ . Para  $n \geq 1$ , el término  $a_{n+1}$  se obtiene añadiendo 1 a la suma de las cifras de  $a_n$  y elevando al cuadrado el resultado. Por ejemplo,  $a_2 = (4 + 9 + 1)^2 = 196$ . ¿Cuánto vale  $a_{2019}$ ?

- A) 121      B) 25      C) 64      D) 400      E) 49

**30** El cuadrado de la figura se rellena con los números 1, 2, 3, 4 y 5 de tal manera que cada fila y cada columna contienen cada uno de ellos exactamente una vez. Además, la suma de los números en cada una de las tres regiones con bordes en negrita es igual. ¿Qué número está en la esquina superior derecha?



- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5